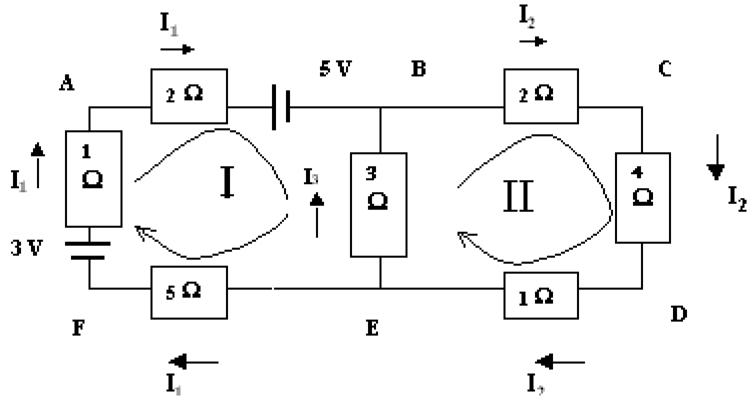
TEMA 5

RESOLUCIÓN DE CIRCUITOS

RESOLUCIÓN DE CIRCUITOS POR KIRCHHOFF

Para poder resolver circuitos por Kirchhoff debemos determinar primeros los conceptos de malla, rama y nudo.

Concepto de malla: Se llama malla en un circuito a cualquier camino cerrado.



En el ejemplo de la figura hay tres mallas: ABEF, BCDE y ABCDEF si bien basta con considerar las mallas que sean independientes. La ABCDEF no es independiente, porque está formada por las otras dos, por lo tanto no será objeto de nuestro estudio.

Concepto de rama: Cada uno de los terminales o cables que conforman el circuito. El contorno de la malla está formado por ramas.

En nuestro ejemplo hay tres ramas: EFAB ,BE y BCDE

Por cada rama circulará una intensidad y nuestro objetivo es calcularlas.

Concepto de nudo: Se llama nudo en un circuito a cualquier punto en el que concurren más de dos ramas.

En el ejemplo de la figura hay dos nudos: los puntos B y E.

Metodología

Para afrontar la resolución de ejercicios sin problemas debemos seguir los pasos que se detallan a continuación.

1.- Se localizan los nudos, y las ramas.

2.- Se elige un sentido de circulación de corriente **en cada rama** arbitrariamente.

3.- Se fija en cada malla un sentido de recorrido arbitrario, que no tiene por qué ser el mismo en todas las mallas. En el ejemplo se ha escogido el sentido de las agujas del reloj para ambas.

Cuando recorramos una malla en el sentido previamente elegido, las intensidades que circulan por cada una de las ramas la consideraremos positiva si va en el mismo sentido en que recorremos la malla y negativo si va en sentido opuesto.

4.- Para evitar confusiones en la resolución de circuitos y trabajar con más comodidad y seguridad basta con que en cada generador (pila) dibujes una flecha que vaya del polo negativo al positivo. De esta forma cuando recorramos la malla, en el sentido elegido, las flechas de los generadores que vayan en el mismo sentido en que nos movemos serán f. e. m positivas y las que vayan en sentido opuesto serán negativas.

5.- Así como la f. e. m y la intensidad pueden ser positivas o negativas, la resistencia no tiene signo, es siempre positiva.

Seguidos estos pasos se procede a aplicar las leyes de Kirchhoff.

1ª Ley de Kirchhoff o ley de mallas

A lo largo de una malla, la suma de fuerzas electromotrices es igual a la suma de las diferencias de potencial producidas en las resistencias.

Obsérvese que esta ley no es sino la ley de Ohm generalizada.

$$\sum V = \sum (I \cdot R)$$

2ª Ley de Kirchhoff o ley de nudos

En un nudo, la suma de las corrientes que entran es igual a las de que salen, o bien, la suma algebraica de corrientes en un nudo es nula.

$$\sum I_{entran} = \sum I_{salen}$$

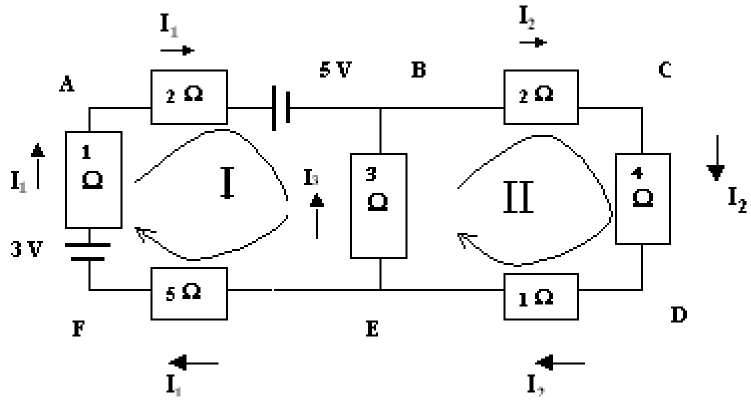
Esto es evidente, ya que los electrones no se pueden acumular en un nudo, ni tampoco pueden producirse allí.

En la resolución de ejercicios **se debe aplicar la 1ª ley a cada una de las mallas que forman el circuito y la 2ª ley a todos los nudos menos uno**, llegando así a un sistema de ecuaciones donde las incógnitas a determinar serán las intensidades que circulan por las distintas ramas.

La resolución del sistema de ecuaciones puede hacerse por cualquier método:

- En el caso de llegar a un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas o de tres ecuaciones con tres incógnitas pueden resultar cómodos los métodos de sustitución, igualación o reducción.
- En caso de tener un circuito más complejo, formado por más mallas, podemos optar por resolver a través de matrices, método de Gauss, o determinantes, método de Cramer.

Ejemplo:



Aplicamos la 1ª ley de Kirchoff a las dos mallas:

$$\sum V = \sum (I.\ R)$$

A la malla I:

$- 3 + 5 = I_1 \times 1 + I_1 \times 2 + I_1 \times 5 - I_3 \times 3$

$2 = I_1 \times 8 - I_3 \times 3$ (ecuación 1)

A la malla II: (observa que al no haber generadores $\sum V = 0$)

$0 = I_2 \times 2 + I_2 \times 4 + I_2 \times 1 + I_3 \times 3$

$0 = I_2 \times 7 + I_3 \times 3$ (ecuación 2)

Aplicamos la 2ª ley de Kirchoff a uno de los dos nudos:

$$\sum I_{\text{entran}} = \sum I_{\text{salen}}$$

Por ejemplo al nudo B:

$I_1 + I_3 = I_2$ (ecuación 3)

Resolviendo el sistema formado por las tres ecuaciones llegamos a la solución:

I_1=20/101=0,198A.
I_2=6/101=0,0594A.
I_3 = -14/101 = - 0,138 A.

El signo negativo de I_3 quiere decir que, en realidad, dicha corriente tiene sentido contrario al que hemos supuesto y dibujado en nuestra figura.

RESOLUCIÓN DE CIRCUITOS POR MAXWELL

Entendido el mecanismo para resolver circuitos por Kirchhoff este nuevo sistema de resolución, si bien parte de los mismos fundamentos, agiliza la resolución pues se trabaja con sistemas con menor número de ecuaciones.

Por ejemplo un circuito como el propuesto anteriormente exigía el planteamiento de un sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas al resolverlo por Kirchhoff podremos resolverlo planteando un sistema formado por dos ecuaciones con dos incógnitas.

Metodología

El planteamiento inicial es muy similar al que detallamos para resolver circuitos por Kirchhoff, sin embargo hay algunas diferencias que no debes olvidar:

1.- Se localizan los nudos, y las ramas.

2.- Se fija **en cada malla** un sentido de circulación de corriente (intensidad) de modo arbitrario, que no tiene por qué ser el mismo en todas las mallas. En el ejemplo se ha escogido el sentido de las agujas del reloj para ambas.

3.- En cada generador (pila) dibujaremos, igual que en Kirchhoff, una flecha que vaya del polo negativo al positivo. De esta forma cuando recorramos la malla, en el sentido elegido, las flechas de los generadores que vayan en el mismo sentido en que nos movemos serán f. e. m positivas y las que vayan en sentido opuesto serán negativas.

4.- Así como la f. e. m y la intensidad pueden ser positivas o negativas, la resistencia no tiene signo, es siempre positiva.

5.- Recorremos cada malla, en el sentido que previamente hemos elegido (paso 2) aplicando la ley de Ohm generalizada:

$$\sum V = \sum (I.\ R)$$

Al hacer esto debes tener en cuenta que por la rama común a las dos mallas circulan las dos intensidades I_1 e I_2. Si al recorrer una malla y llegar a la rama común se observa que los sentidos en que circulan ambas es el mismo se sumarán y si no se restarán.

Al resolver un circuito por Kirchoff obteníamos directamente la intensidad que circulaba por cada rama del circuito pero ahora al resolver por Maxwell obtenemos la intensidad que circula por cada malla. Para saber la intensidad que circula por la rama común a dos mallas compondremos al final las intensidades siguiendo el siguiente criterio:

- Si las dos corrientes que circulan por dicha rama van en el mismo sentido se suman.

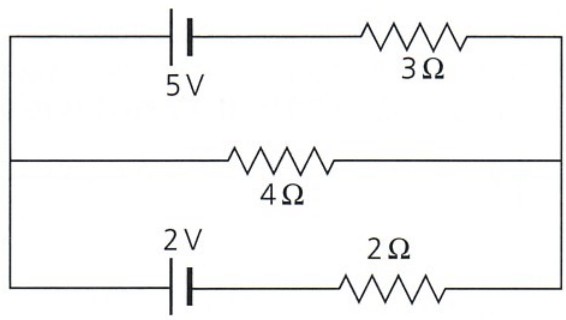
- Si las dos corrientes van en sentidos opuestos se restan, a la mayor la menor para que quede positivo y quede definido por tanto el sentido en que circula dicha corriente.

Ejemplo:

Vamos a resolver uno de los ejercicios propuestos anteriormente como muestra de la forma en que trabajaremos en un circuito aplicando el método de Maxwell.

Vamos a determinar un sentido de circulación de corriente, el que queramos, **en cada malla** y la recorreremos aplicando la ley de Ohm.

Como verás la resistencia de 4 Ω que está situada en la rama común a ambas mallas es recorrida tanto por la intensidad que circula por la malla superior I_1 como por la que circula por la malla inferior I_2.



Por ejemplo vamos a recorrer la malla de arriba en sentido contrario a las agujas del reloj y la de abajo en sentido horario.

Malla superior: $5 = 4 \times I_2 + 4 \times I_1 + 3 I_1 \rightarrow 5 = 4 \times I_2 + 7 \times I_1$

Malla inferior: $2 = 4 \times I_2 + 4 \times I_1 + 2 \times I_2 \rightarrow 2 = 4 \times I_1 + 6 \times I_2$

Al resolver el sistema formado por las dos ecuaciones queda:

$I_1 = 0{,}846$ A

$I_2 = -0{,}23$ A. El sentido negativo indica que circula en el sentido opuesto al que habíamos elegido.

No debemos olvidar que deseamos conocer el valor de la corriente que circula por todas las ramas del circuito para lo cual debemos componer I_1 e I_2.

Debido al sentido de circulación que hemos elegido en un principio, de forma completamente arbitraria, resulta que ambas intensidades recorren la rama central en el mismo sentido, por lo tanto para calcular la intensidad que recorre esta rama (I_3) deberemos sumarlas:

$I_3 = 0{,}846 + (-0{,}23) = 0{,}846 – 0{,}23 = 0{,}616$ A.

La solución sería pues:

Por la rama superior circula I_1 = 0,846 A hacia la izquierda

Por la rama central circula I_3 = 0,616 A. hacia la derecha

Por la rama inferior circula I_2 = 0,23 A. hacia la derecha.

DIFERENCIA DE POTENCIAL ENTRE 2 PUNTOS

Una vez resuelto un circuito, por Maxwell o por KirchHoff, y conocidas las intensidades que circulan por cada rama podremos ser capaces de determinar:

- Intensidad que atraviesa cada componente, que será la misma que la que circule por la rama donde se encuentre el mismo.
- Caída de potencial en un componente cualquiera, determinada al aplicar la ley de Ohm al mismo.

$$V = I \cdot R$$

- Potencia disipada o absorbida por un componente cualquiera:

$$\text{Potencia} = V \cdot I = I^2 \cdot R$$

Si queremos calcular la diferencia de potencial entre dos puntos cualesquiera A y B del circuito V_{ab} basta con que nos movamos por cualquier camino que nos lleve de A a B aplicando la relación:

$$\mathbf{V_{ab} + V_{generadores} = \sum (I \times R)}$$

Como en cada rama hemos calculado las intensidades resulta útil que una vez determinado su valor dibujemos una flecha sobre la rama indicando el sentido en que circula y así al recorrer el camino que hayamos elegido, y que nos lleva de A a B, consideraremos positivas las intensidades que vayan en el mismo sentido en que nos movemos y negativas en sentido opuesto.

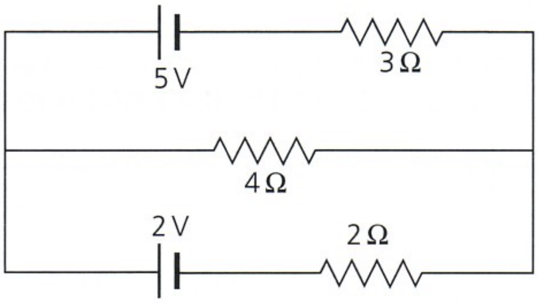
Conviene prestar especial atención al realizar este paso, no olvides que cada vez que cambiamos de rama cambia la intensidad.

Una sencilla comprobación de que nuestro ejercicio está bien consiste en calcular la diferencia de potencial entre dos puntos yendo por varios caminos distintos (con dos es suficiente) debiendo coincidir; de no ser así deberíamos revisar la resolución del circuito (por Maxwell o Kirchoff).

Ejemplo:

Vamos a emplear el circuito resuelto por Maxwell para que sirva de ejemplo en el cálculo de diferencia de potencial entre dos puntos.

Vamos a suponer que queremos calcular la diferencia de potencial entre los puntos A y B siendo éstos los nudos de la izquierda y derecha respectivamente.



Sabemos que por la rama superior circula I_1 = 0,846 A hacia la izquierda, por la rama central circula I_3 = 0,616 A. hacia la derecha y por la rama inferior circula I_2 = 0,23 A. hacia la derecha.

Si vamos de A a B por el camino más directo, es decir, por la rama central quedaría:

$V_{ab} + V_{generadores} = \sum (I \times R) \rightarrow V_{ab} + 0 = 0{,}616 \times 4 = 2{,}464$ v

Si vamos de A a B por la rama de arriba quedaría:

$V_{ab} + V_{generadores} = \sum (I \times R) \rightarrow V_{ab} - 5 = -0{,}846 \times 3 \rightarrow V_{ab} = -2{,}538 + 5 = 2{,}462$ v

Si vamos de A a B por la rama de abajo quedaría:

$V_{ab} + V_{generadores} = \sum (I \times R) \rightarrow V_{ab} - 2 = 0{,}23 \times 2 \rightarrow V_{ab} = 0{,}46 + 2 = 2{,}46$ v.

Como podemos ver el resultado es el mismo, luego está bien resuelto. (Las pequeñas variaciones en los resultados se deben al hecho de no haber trabajado con todos los decimales).